ResearchGate

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: https://www.researchgate.net/publication/313899023

Optymalizacja problemu rozmieszczenia w szafach kancelarii z dokumentami ze znacznikami RFID

Chapter · January 2016

CITATIONS
0

READS
38

4 authors, including:

Maciej Kiedrowicz
Military University of Technology

70 PUBLICATIONS **70** CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:

Project Analiza danych View project

Project Inne projekty View project

All content following this page was uploaded by Maciej Kiedrowicz on 04 August 2017.

The user has requested enhancement of the downloaded file.

Rozdział IX

Optymalizacja problemu rozmieszczenia w szafach kancelarii z dokumentami ze znacznikami RFID

Maciej Kiedrowicz, Tadeusz Nowicki, Zbigniew Wesołowski, Kazimierz Worwa

1. Wprowadzenie

Jednym z ważnych zagadnień związanych z użytkowaniem systemu archiwizacji dokumentów wykorzystującym technologię RFID (ang. *radio-frequency identification*) [1, 2] jest kwestia takiego rozmieszczenia zbioru dokumentów na poszczególnych półkach w szafach RFID, aby minimalizować długość przedziału czasu rejestracji danych o tych dokumentach w bazie danych systemu informatycznego wspomagającego zarządzanie obiegiem dokumentów z tagami RFID. Do rozwiązania tego problemu można zastosować klasyczne podejście optymalizacyjne [3, 4]. Jednym z zagadnień, z jakim należy uporać się stosując to podejście, jest kwestia zgromadzenia danych niezbędnych do aproksymacji funkcji kryterialnej. Ponieważ zbieranie danych jest długotrwałe i pracochłonne, to w celu przyspieszenia tego procesu zastosowano metodę symulacji stochastycznej [5–7]. Polega ona na generowaniu, przy pomocy generatorów liczb pseudolosowych o odpowiednich rozkładach prawdopodobieństwa, liczb zmiennopozycyjnych, których wartości interpretuje się jako długości przedziałów czasu archiwizacji informacji o dokumentach z tagami RFID. Dzięki takim cechom jak możliwość szybkiego generowania wielu różnorodnych danych oraz elastyczność planowania i wykonywania różnorodnych eksperymentów, symulacja komputerowa stała się w ostatnich latach swoistym modus operandi wielu specjalności naukowych [8]. Na podstawie danych pochodzących z symulacji wykonuje się lokalne aproksymacje funkcji kryterialnej stosując metodę analizy regresji [9–11]. Dzięki zastosowaniu techniki planowania dwupoziomowego całkowitego [12, 13] zmniejszono złożoność obliczeniową procesu estymacji parametrów lokalnych liniowych funkcji regresji.

W punkcie 3 sformułowano zasadniczy problem pracy, jako zadanie optymalizacji nieliniowej z ograniczeniami liniowymi. W punkcie 2 omówiono metodę rozwiązania tego zadania. W szczególności, w punkcie 3.1 zaprezentowano metodę estymacji parametrów lokalnych liniowych funkcji regresji, a w punkcie 3.2 szczegółowo omówiono algorytm rozwiązania zadania optymalizacji odwzorowujący zmodyfikowaną metodę gradientu sprzężonego z rzutowaniem [14, 15].

Niech (Ω, F, P) będzie przestrzenią probabilistyczną, na której będą zdefiniowane wszystkie zmienne losowe. Wprowadźmy oznaczenia: N – zbiór liczb naturalnych,

R – zbiór liczb rzeczywistych, $WN(0,\sigma^2)$ – biały szum o zerowej wartości oczekiwanej i wariancji σ^2.

2. Sformułowanie zadania optymalizacji

Załóżmy, że szafa RFID składa się z S, $S > 0$, półek na dokumenty z tagami RFID. Niech $\mathrm{S} = \{1,\ldots,S\}$ będzie zbiorem numerów półek. Niech m_s, $m_s \geq 0$, będzie liczbą wolnych miejsc na dokumenty na półce o numerze s, $s \in \mathrm{S}$.

Niech x_s, $0 \leq x_s \leq m_s$, będzie liczbą dokumentów składowanych na półce o numerze s. Przyjmiemy, że w szafie ma być składowanych D, $D > 0$, dokumentów.

Niech $\mathrm{D} = \{1,\ldots,D\}$ będzie zbiorem numerów tych dokumentów. Problem polega na takim rozmieszczeniu dokumentów ze zbioru D, aby minimalizować długość przedziału czasu ich archiwizacji. Niech $y \in \mathrm{R}$ oznacza długość tego przedziału.

Rozważany problem można sformułować w postaci zadania optymalizacji o postaci:

$$\mathrm{f}\left(\hat{\mathbf{x}}\right) = \min_{\mathbf{x} \in \mathbf{X}_0} \mathrm{f}\left(\mathbf{x}\right), \tag{1}$$

gdzie:

- f: $\mathrm{R}^S \to \mathrm{R}$ jest funkcją kryterialną o nieznanej explicite postaci, której wartości interpretuje się jako długości przedziałów czasu archiwizacji danych o dokumentach ze zbioru D;
- $\mathbf{X}_0$ jest zbiorem rozwiązań dopuszczalnych o postaci

$$\mathbf{X}_0 = \left\{ x \in R^S : x \geq 0, g(x) \leq 0, g_{S+1}(x) = 0 \right\}, \tag{2}$$

oraz $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \left[\mathrm{g}_1(\mathbf{x}), \mathrm{g}_2(\mathbf{x}), \ldots, \mathrm{g}_S(\mathbf{x})\right]^T$ jest wektorową funkcją ograniczeń, przy czym $\mathrm{g}_s : R^s \to R$ jest funkcją ograniczeń o postaci $\mathrm{g}_s(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{a}_s - m_s$, $\mathbf{a}_s = \Big[\, 0,\ldots,0,\underset{s}{1},0,\ldots,0 \,\Big]$ dla $s \in \mathrm{S}$; $\mathrm{g}_{s+1} : R^s \to R$ jest funkcją ograniczeń o postaci $\mathrm{g}_{S+1}(\mathbf{x}) = D - \mathbf{x}^T \mathbf{1}$, gdzie $\mathbf{1}$ jest wektorem jednostkowym.

Lemat 1. Jeżeli $\sum_{s \in \mathrm{S}} m_s \geq D$, $m_s \geq 0$, $s \in \mathrm{S}$, $D > 0$, to zbiór rozwiązań dopuszczalnych $\mathbf{X}_0$ (2) jest niepusty, domknięty i wypukły.

Dowód. Zbiór $\mathbf{X}_0$ jest domknięty, gdyż funkcje $\mathbf{x}^T \mathbf{a}_s \leq m_s$, $m_s \geq 0$, $s \in \mathrm{S}$, ograniczają go od góry, natomiast ograniczenia $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ i $\mathbf{x}^T \mathbf{1} \geq D$ limitują ten zbiór od dołu. Zbiór $\mathbf{X}_0$ jest niepusty, ponieważ jeżeli $\sum_{s \in \mathrm{S}} m_s \geq D$ oraz $m_s \geq 0$, $s \in \mathrm{S}$, $D > 0$, to zbiór $\mathbf{X}_0$ zawiera punkty $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ spełniające ograniczenia $\mathbf{x}^T \mathbf{a}_s \leq m_s$, $s \in \mathrm{S}$. Wypukłość zbioru $\mathbf{X}_0$ wynika z faktu, że wszystkie ograniczenia są liniowe. ■

3. Sformułowanie zadania optymalizacji

Zadanie (1) jest nieliniowym zadaniem programowania matematycznego z ograniczeniami liniowymi. Jeżeli odwzorowanie $f: R^s \to R$ jest różniczkowalne oraz zbiór $\mathbf{X}_0$ jest domknięty i wypukły, to zadanie to można rozwiązać przy pomocy zmodyfikowanej metody gradientu sprzężonego z rzutowaniem. Metoda ta polega na generowaniu ciągu przybliżeń:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \tau_k \mathbf{d}^k, \qquad K = 0, 1, 2,... \tag{3}$$

gdzie: $\mathbf{x}^0 \in \mathbf{X}_0$ jest ustalonym punktem początkowym, $\tau_k > 0$ jest długością k-tego kroku, a $\mathbf{d}^k \in R^s$, jest kierunkiem, w którym jest poszukiwane minimum funkcji celu f. Ponieważ postać tej funkcji nie jest znana, to należy przeprowadzić eksperyment symulacyjny, którego celem jest zgromadzenie danych statystycznych, na podstawie których możliwe będzie wykonanie lokalnej aproksymacji funkcji f w otoczeniu $Q(x^k, \delta) = \left\{ x \in R^S : \left\| x - x^k \right\| < \delta \right\}$ punktu $\mathbf{x}^k$ (3), gdzie $\delta = S$. Aproksymację można przeprowadzić metodą analizy regresji.

3.1. Lokalna liniowa aproksymacja funkcji kryterialnej

Przyjmijmy, że modelem probabilistycznym procesu zmian liczby dokumentów na półce *s* jest zmienna losowa $\xi_s: \Omega \to R$, dla $s \in S$. Wielkość x_s interpretuje się jako realizację zmiennej losowej ξ, tj. $\xi_s = x_s$. Zatem, wartość wektora $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_S]^T$ interpretuje się jako realizację wielowymiarowej zmiennej losowej $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_S]^T$, tj. $\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}$. Przyjmijmy dalej, że modelem probabilistycznym procesu zmian długości przedziału czasu archiwizacji dokumentów ze zbioru D jest zmienna losowa $\psi: \Omega \to R$. Wielkość *y* interpretuje się jako realizację tej zmiennej losowej, tj. $\psi = y$.

Załóżmy, że modelem stochastycznym oddziaływań niezależnych zmiennych losowych (ang. *independent random variables*) $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_S$ na zależną zmienną losową (ang. *dependent random variable*) ψ jest równanie:

$$\psi = \eta(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_S) + \varepsilon,$$

gdzie: $\eta: R^s \to R$ jest powierzchnią odpowiedzi (ang. *response surface*), $\varepsilon \in WN(0, \sigma^2)$. Do aproksymacji funkcji η często stosuje się metodę analizy regresji.

Twierdzenie 1 (o regresji). Jeżeli $\boldsymbol{\xi}$ oraz ψ są zmiennymi losowymi określonymi na przestrzeni probabilistycznej (Ω, F, P), przy czym $\mathrm{E}(\psi) < \infty$, oraz jeżeli $f: R^s \to R$ jest funkcją borelowską, to błąd średniokwadratowy modelu, tzn.

$$\mathrm{Q}(\mathrm{f}) = \mathrm{E}\left\{ \left[\psi - \mathrm{f}(\boldsymbol{\xi}) \right]^2 \right\},$$

przyjmuje wartość najmniejszą dla funkcji f określonej wzorem

$$\hat{\mathrm{f}}(\mathbf{x}) = \mathrm{E}\left(\psi \middle| \{\boldsymbol{\xi} = \mathbf{x}\}\right).$$

■

Funkcję $\hat{\mathbf{f}}$ nazywa się modelem regresyjnym zmiennej losowej ψ względem zmiennej losowej ξ.

Przyjmijmy, że nieznana funkcja η należy do klasy funkcji *H* obejmującej wszystkie liniowe funkcje regresji z wektorem parametrów $\beta \in R^{Pxl}$. Oznacza to, że powierzchnia odpowiedzi spełnia równanie $\mathrm{E}(\psi) = \eta(\mathbf{x}, \boldsymbol{\beta})$. Główna idea metodologii powierzchni odpowiedzi (ang. *response surface methodology*) [16] polega na planowaniu eksperymentów w taki sposób, aby minimalizować błąd średniokwadratowy modelu z wektorem parametrów $\boldsymbol{\beta}$.

Przyjmijmy, że w otoczeniu $\mathbf{Q}(\mathbf{x}^k, \delta)$ punktu $\mathbf{x}^k$ (3), lokalnym modelem powierzchni odpowiedzi jest liniowa funkcja regresji o postaci

$$\mathrm{f}^k(\mathbf{x}) = \mathbf{z}^T \boldsymbol{\beta}_k, \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{Q}(\mathbf{x}^k, \delta) \tag{4}$$

gdzie: $\mathbf{z} = \left[1, \mathbf{x}^T\right]^T$, $\boldsymbol{\beta}_k = [\beta_{k0}, \beta_{k1}, \ldots, \beta_{kS}]^T$ jest wektorem nieznanych parametrów funkcji f^k. Oszacowanie modelu f^k polega na estymacji wektora parametrów $\boldsymbol{\beta}_k$. W tym celu należy zaprojektować plan eksperymentów symulacyjnych umożliwiających zgromadzenie materiału statystycznego, na podstawie którego możliwa będzie estymacja tego wektora.

Niech

$$P_k = \begin{pmatrix} \mathbf{z}_1 & \mathbf{z}_2 & \cdots & \mathbf{z}_N \\ p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kN} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{Q}(\mathbf{x}^k, \delta), \tag{5}$$

będzie unormowanym planem dyskretnym eksperymentu, gdzie: $\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_N$ są punktami skupienia planu, w których obserwuje się realizacje zmiennej losowej ψ dla ustalonych wartości wielowymiarowej zmiennej losowej ξ, tj. $\xi_{\omega_n} = \mathbf{x}_n$, dla $n = 1, \ldots, N$; $p_{k1}, \ldots, p_{kN}$ są wagami dobranymi tak, że $\sum_{n=1}^{N} p_{kn} = 1$. Niech $\mathrm{N} = \{1, \ldots, N\}$ będzie zbiorem numerów punktów skupienia planu P_k. Przyjmijmy, że w punktach skupienia tego planu wpływ realizacji zmiennej losowej ξ na realizacje zmiennej losowej ψ opisują równania o postaci

$$y_n = \mathrm{f}^k(\mathbf{x}_n) + \varepsilon_n = \mathbf{z}_n^T \boldsymbol{\beta}_k + \varepsilon_n, \qquad n \in \mathrm{N}, \tag{6}$$

gdzie: y_n jest zaobserwowaną długością przedziału czasu archiwizacji danych o *D* dokumentach rozlokowanych na półkach szafy RFID w sposób określony przez wartość wektora $\mathbf{x}_n$, $\mathbf{x}_n \in \mathbf{Q}(\mathbf{x}^k, \delta)$; $\mathbf{z}_n = \left[1, \mathbf{x}_n^T\right]^T$; $\varepsilon \in WN(0, \delta^2)$.

Poszukujemy liniowego modelu regresyjnego $\hat{\mathrm{f}}^k$ układu (6) o postaci

$$\hat{y}_n = \hat{\mathrm{f}}^k\left(\mathbf{x}_n\right) = \mathbf{z}_n^T \mathbf{b}_k, \qquad n \in \mathrm{N}\ , \tag{7}$$

gdzie $\mathbf{b}_k = \left[b_{k0}, b_{k1}, \ldots, b_{kS}\right]^T$. Jak można zauważyć, model $\hat{\mathrm{f}}^k$ jest strukturalnie zgodny z funkcją f^k (7).

Równania (6) zapiszmy w postaci macierzowej:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\beta}_k + \boldsymbol{\varepsilon},$$

gdzie:

$$y = \left[y_1, ..., y_N\right] \in R^{Nxl},$$
$$Z = \left[Z_1^T, ..., Z_N^T\right] \in R^{Nx(S+1)},$$
$$\varepsilon = \left[\varepsilon_1, ..., \varepsilon_N\right] \in R^{Nx1}.$$

Z kolei równania (7) przyjmują następującą postać macierzową

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{Z}\mathbf{b}_k,$$

gdzie: $\hat{y} = \left[\hat{y}_1, ..., \hat{y}_N\right]^T \in R^{Nx1}$. Macierz **Z** jest nazywana planem eksperymentu.

Problem oszacowania modelu $\hat{\mathrm{f}}^k$ sprowadza się do zagadnienia estymacji wektora parametrów $\hat{\mathbf{b}}_k$ minimalizującego sumę kwadratów błędów modelu $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{Z}\mathbf{b}_k$. Zagadnienie to można sformułować jako zadanie optymalizacji o postaci

$$q(\hat{b}_k) = \min_{b_k \in R^{(S+1)}} \left[q(b_k) = e^T e\right]. \tag{8}$$

Zadanie (8) jest liniowym zadaniem najmniejszych kwadratów [9–11]. Minimalizowaną sumę kwadratów błędów zapiszmy w postaci

$$\begin{aligned} \mathrm{q}\left(\mathbf{b}_k\right) &= \left(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\mathbf{b}_k\right)^T \left(\mathbf{y} - \mathbf{Z}\mathbf{b}_k\right) \\ &= \mathbf{y}^T\mathbf{y} - \mathbf{y}^T\mathbf{Z}\mathbf{b}_k - \mathbf{b}_k^T\mathbf{Z}^T\mathbf{y} + \mathbf{b}_k^T\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\mathbf{b}_k \\ &= \mathbf{y}^T\mathbf{y} - 2\mathbf{b}_k^T\mathbf{Z}^T\mathbf{y} + \mathbf{b}_k^T\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\mathbf{b}_k\ . \end{aligned}$$

Różniczkując funkcję q względem wektora $\mathbf{b}_k$ mamy:

$$\frac{\partial\, \mathrm{q}\left(\mathbf{b}_k\right)}{\partial \mathbf{b}_k} = -2\mathbf{Z}^T\mathbf{y} + 2\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\mathbf{b}_k\ .$$

Z powyższego wzoru otrzymujemy układ równań normalnych:

$$\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\mathbf{b}_k = \mathbf{Z}^T\mathbf{y}\ .$$

Jeżeli macierz $\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}$ jest nieosobliwa, to rozwiązaniem zadania (8) jest estymator o postaci

$$\hat{\mathbf{b}}_k = \left(\mathbf{Z}^T\mathbf{Z}\right)^{-1}\mathbf{Z}^T\mathbf{y}\ . \tag{9}$$

W celu uproszczenia estymacji wektora parametrów $\hat{\mathbf{b}}_k$ (9) często wykorzystuje się metodę planowania dwupoziomowego całkowitego [13]. W tej metodzie przyjmuje się, że liczba punktów skupienia N planu P_k (5) wynosi $N = 2^S$, a składowe planu eksperymentu przyjmują wartości ze zbioru $\{-1,1\}$. Niech $\mathbf{U} = \left[u_{ij}\right]_{N\times(S+1)}$ będzie planem eksperymentu, której składowe u_{ij}, $i = 1, \ldots, N$, $j = 1, \ldots, S+1$, przybierają wartości z tego zbioru. Na rysunku 1 przedstawiono postać macierzy **U** dla $S = 3$.

$$U = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Rys. 1. Przykładowy plan eksperymentu

Dla planu **U** odpowiednikiem estymatora $\hat{\mathbf{b}}_k$ (9) jest estymator $\hat{\mathbf{a}}_k$ o postaci

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \left(\mathbf{U}^T\mathbf{U}\right)^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{y}, \tag{10}$$

gdzie: $\hat{\mathbf{a}}_k = \left[\hat{a}_{k0}, \hat{a}_{k1}, \ldots, \hat{a}_{kS}\right]^T$, przy czym składowe $\hat{a}_{k1}, \hat{a}_{k2}, \ldots, \hat{a}_{kS}$ tego wektora są równe odpowiednim składowym wektora $\hat{\mathbf{b}}_k$, tj., $\hat{a}_{ks} = \hat{b}_{ks}$, dla $s = 1, \ldots, S$. Ponieważ macierz kowariancji $\left(\mathbf{U}^T\mathbf{U}\right)^{-1}$ wynosi

$$\left(\mathbf{U}^T\mathbf{U}\right)^{-1} = \frac{1}{N}\mathbf{I}_S,$$

to estymator (10) przybiera następującą ostateczną postać

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \frac{1}{N}\mathbf{U}^T\mathbf{y}, \tag{11}$$

gdzie $\mathbf{I}_S$ jest pewną $S\times S$ macierzą identyfikacji.

3.2. Rozwiązanie zadania optymalizacji

Wektor $\hat{\mathbf{a}}_k = \left[\hat{a}_{k0}, \hat{a}_{k1}, \ldots, \hat{a}_{kS}\right]^T$ (11) zapiszmy w postaci $\hat{\mathbf{a}}_k = \left[\hat{a}_{k0}, \hat{\mathbf{c}}_k^T\right]^T$, gdzie $\hat{\mathbf{c}}_k = \left[\hat{a}_{k1}, \ldots, \hat{a}_{kS}\right]^T$.

Jak można zauważyć, gradient funkcji $\hat{\mathrm{f}}^{k}$ (4) przybiera w punkcie $\mathbf{x}^k$ następującą postać:

$$\nabla \hat{\mathrm{f}}^{k}\left(\mathbf{x}^k\right) = \hat{\mathbf{c}}_k .$$

Zastosowanie algorytmu (3) do rozwiązania zadania (1) wymaga wyodrębnienia zbioru ograniczeń aktywnych w punkcie $\mathbf{x}^k$, który jest określony przez zbiór indeksów

$$\mathrm{A}\left(\mathbf{x}^k\right) = \left\{ i \in \{1, 2, \ldots, S+1\} : \mathbf{e}_i^T \mathbf{x}^k = n_i \right\},$$

gdzie:

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} \mathbf{a}_i, & dla\, 1 \le i \le S, \\ \mathbf{1}, & dla\; i = S+1, \end{cases},$$

$$n_i = \begin{cases} m_i, & dla\, 1 \le i \le S, \\ D, & dla\; i = S+1. \end{cases}$$

Na podstawie zbioru $\mathrm{A}\left(\mathbf{x}^k\right)$ konstruuje się macierz $\tilde{\mathbf{A}}_k$, której wierszami są wektory $\mathbf{e}_i$, dla $i \in \mathrm{A}\left(\mathbf{x}^k\right)$. Następnie tworzy się macierz $\mathbf{A}_k$ ograniczeń istotnie aktywnych w punkcie $\mathbf{x}^k$ w ten sposób, że z macierzy $\tilde{\mathbf{A}}_k$ usuwa się wiesze liniowo zależne od pozostałych.

Kierunek $\mathbf{d}^k$ (3) oblicza się ze wzoru:

$$\mathbf{d}^k = \begin{cases} -\mathbf{w}^k + \beta_k \mathbf{d}^{k-1}, & dla\; k > 0, \\ -\mathbf{w}^k, & dla\; k = 0, \end{cases}$$

gdzie:

- β_k jest współczynnikiem określonym przez formułę

$$\beta_k = \begin{cases} 0, & dla\; k = 0, \\ \dfrac{\left(\mathbf{w}^k\right)^T \left(\mathbf{w}^k - \mathbf{w}^{k-1}\right)}{\left\|\mathbf{w}^{k-1}\right\|^2}, & dla\; k > 0, \end{cases}$$

- $\mathbf{w}^k$ jest wektorem definiowanym przez

$$\mathbf{w}^k = \begin{cases} \nabla \hat{\mathrm{f}}^{k}\left(\mathbf{x}^k\right), & dla\; k = 0, \\ \mathbf{P}_k \nabla \hat{\mathrm{f}}^{k}\left(\mathbf{x}^k\right), & dla\; k > 0, \end{cases}$$

- $\mathbf{P}_k$ jest rzutem ortogonalnym macierzy w postaci

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{I}_S - \mathbf{A}_k^T \left(\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^T\right)^{-1} \mathbf{A}_k .$$

Ponowne stosowanie powyższej procedury, polegającej na stosowaniu podstawienia $\mathbf{d}^k = \mathbf{w}^k$, przeprowadza się w następujących przypadkach:

- $\mathbf{d}^k$ nie jest kierunkiem malenia wartości funkcji f^{k},
- kiedy macierz $\mathbf{A}_k$ jest zmieniona, to jest kiedy $\mathbf{A}_k \neq \mathbf{A}_{k-1}$,

- jeśli od poprzedniego cyklu było $S - rank\ (A_k)$ iteracji.

Podstawowym kryterium zakończenia powyższej procedury jest to, gdy normą wektora $\mathbf{w}^k$ osiąga wartość zerową, z dokładnością $\varepsilon > 0$, to znaczy $\left\| \mathbf{w}^k \right\| \leq \varepsilon$.

Przykład. Rozważmy zagadnienie optymalizacji rozmieszczenia dokumentów z tagami RFID w szafie wyposażonej w $S = 4$ półki na dokumenty. Liczby wolnych miejsc na poszczególnych półkach wynoszą: $m_1 = 100$, $m_2 = 10$, $m_3 = 5$, $m_4 = 40$. Załóżmy, że w szafie należy rozmieścić $D = 100$ dokumentów z tagami RFID. Na podstawie przeprowadzonych badań symulacyjnych oraz stosując algorytm optymalizacji opisany w punkcie 6, otrzymano dla $\mathbf{x}^0 = [50, 50, 50, 50]^T$ rozwiązanie o postaci $\hat{\mathbf{x}} = [45,\ 10,\ 5,\ 40]^T$.

4. Podsumowanie i kierunki dalszych prac

W pracy omówiono podejście optymalizacyjne do zagadnienia rozmieszczania dokumentów w szafie RFID. Ponieważ postać funkcji kryterialnej nie jest explicite znana, to w celu rozwiązania zadania optymalizacji zastosowano metodę symulacji komputerowej, której celem jest wygenerowanie danych o długościach przedziałów czasu archiwizacji danych o dokumentach z tagami RFID. Na podstawie tych danych przeprowadzono lokalną liniową aproksymację funkcji celu wykorzystując metodę analizy regresji. Metoda ta wymaga między innymi opracowania planów eksperymentów symulacyjnych. W tym zakresie zastosowano technikę planowania dwupoziomowego całkowitego.

Kierunki dalszych prac powinny dotyczyć, ważnych z praktycznego punktu widzenia, zagadnień grupowania dokumentów oraz ich przemieszczania między różnymi szafami RFID. Do rozwiązania tych problemów można zastosować metody opracowane do rozwiązania problemu alokacji obiektów (ang. *facility location problem*) [17–19].

LITERATURA

[1] Hunt V.D., Puglia A., Puglia M., *RFID*: *A Guide to Radio Frequency Identification*, Wiley-Blackwell, 2007.

[2] Heinrich C., *RFID and Beyond*: *Growing Your Business Through Real World Awareness*, Wiley Publishing, Indianapolis, 2005.

[3] Zangwill W.I., *Nonlinear Programming: A Unified Approach*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1969.

[4] Polak E., *Computational Methods in Optimization*: *A Unified Approach*, Academic Press, 1971.

[5] Fishman G.S., *Discrete-Event Simulation: Modeling, Programming, and Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 2001.

[6] Wainer G.A., Mosterman P.J. (Eds.), *Discrete-Event Modeling and Simulation: Theory and Applications*, CRC Press, 2010.

[7] Kleijnen P.C., *Design and Analysis of Simulation Experiments*, Springer, 2010.

[8] Zeigler B., Sarjoughian H.S., *Guide to Modeling and Simulation of Systems of Systems*, Springer, 2012.
[9] Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C., *Time Series Analysis. Forecasting and Control*, John Willey and Sons, 2008.
[10] Fan J., Yao Q., *Nonlinear Time Series. Nonparametric and Parametric Methods*, Springer-Verlag Inc., 2003.
[11] Ljung L., *System Identification. Theory for the User*, PTR Prentice Hall, 1999.
[12] Pukelsheim F., *Optimal Design of Experiments*, Society for Industrial & Applied Mathematics, Philadelpia 2006.
[13] Morris M., *Design of Experiments: An Introduction Based on Linear Models*, Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science, 2010.
[14] Bhatti M.A., *Practical Optimization Methods with Mathematica Applications*. Springer-Verlag Inc., 2000.
[15] Calamai P.H., Moré J.J., „Projected Gradient Methods for Linearly Constrained Problems", *Mathematical Programming*, Vol. 39, Issue 1, 93–116 (1987).
[16] Box G.E.P., Norman R.D., *Response Surfaces, Mixtures, and Ridge Analyses,* Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley-Blackwell, 2007.
[17] Eiman J. Alenezy, *Models and Algorithms for the Capacitated Facility Location Problem*: *Basics. Concepts. Methods*, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014.
[18] Vijeyamurthy Ch.N., *Genetic Algorithm for Facility Location Problem*, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
[19] Martin R., *Facility Location and Related Problems*, Südwestdeutscher Verlag für Hochschulschriften, 2009.

View publication stats